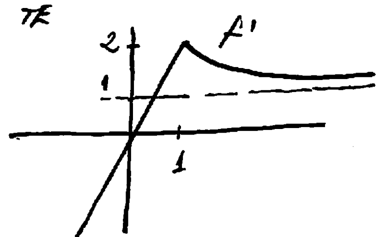
UNA HOJA MÁS DIFÍCIL QUE EL PRÓXIMO EXAMEN.

RESPONDE CON VERDADERO (V) Ó FALSO (F) A CADA UNA DE LOS CUATRO CUESTIONES QUE VES EN CADA EJERCICIO. LA PUNTUACIÓN ES: 1 SI LA RESPUESTA ES CORRECTA, -1 SI LA RESPUESTA NO ES CORRECTA Y 0 SI NO HAY RESPUESTA. ADEMÁS HABRÁ UNA BONIFICACIÓN DE 1 SI LAS CUATRO RESPUESTAS SON CORRECTAS, ES DECIR, POR CADA EJERCICIO PODRÁS OBTENER HASTA 5 PUNTOS.

(1) SEA f UNA FUNCIÓN DERIVABLE EN $\mathbb{R}$ DE LA QUE TE MOSTRAMOS LA GRÁFICA DE LA DERIVADA, QUE RESPONDE A LA FUNCIÓN

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } x\leq 1 \\ \dfrac{1}{x}+1 & \text{si } 1<x \end{cases}$$



a) LA GRÁFICA DE f TIENE UNA ASÍNTOTA HORIZONTAL EN $+\infty$.

b) PARA TODO x DE $(-\infty,1]$, $f(x)=x^2$.

EN LOS APARTADOS c Y d, SUPONGAMOS QUE LA GRÁFICA DE f PASA POR $(1,1)$

c) PARA TODO x DE $\mathbb{R}$, $f(x)\geq 0$

d) $f(2)=\ln 2+2$.

(2) SEAN a Y b NÚMEROS REALES POSITIVOS Y f LA FUNCIÓN DEFINIDA EN $I=[-a,a]$ POR $f(x)=\dfrac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$.

a) PARA TODO x DE I, $f'(x)=\dfrac{b}{2\sqrt{a^2-x^2}}$

b) SI $a=6$ Y $b=3$, ENTONCES PARA TODO $x\in I$, $f(x)\geq 3$.

c) SI $a=b=1$, ENTONCES LA ECUACIÓN $f(x)=\sqrt{2}$ ADMITE DOS SOLUCIONES EN I.

d) SI $a=b$, ENTONCES LA GRÁFICA DE f ADMITE DOS TANGENTES PARALELAS A LA RECTA $y=x-5$.

(3)

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}}=0$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{x}=1$

c) SI f ES LA FUNCIÓN DEFINIDA EN $(0,\infty)$ POR $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^x-x-1}$, LA GRÁFICA DE f ADMITE COMO ASÍNTOTA HORIZONTAL EL EJE DE ABSCISAS.

d) LA FUNCIÓN $f(x)=\dfrac{\operatorname{sen} x-2x}{x+1}$ TIENE UNA ASÍNTOTA HORIZONTAL EN $+\infty$.

(4)

a) $\int_1^e \frac{2x+1}{x^2}\,dx = 3 + \frac{1}{e}$

b) $\int_1^2 \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \frac{3}{20}$

c) SI α ES UN NÚMERO REAL POSITIVO, ENTONCES $\int_0^{\alpha} \frac{x}{1+x}\,dx = \alpha - \ln(1+\alpha)$.

d) SEA $L = \int_0^{e^2} -x \ln x\,dx$. ENTONCES $e^2(1-e^2) \leq L \leq \frac{e^2}{2}(1-e^2)$.

(5) SEAN $f: (0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ CON $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$

$g: (1,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ CON $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

$\phi: (1,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ CON $\phi(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

a) $g'(x) = 1 + \ln\frac{1}{x-1}$

b) $\phi'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2}$

c) g TIENE UN MÍNIMO EN $x = e+1$.

d) $f(\ln\alpha) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$ SUPONIENDO QUE α ES LA ÚNICA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN $g(x)=0$ EN $(e+1, \infty)$